Tekislikda va fazoda Dekart koordinatalar sistemasi. Ikki nuqta orasidagi masofa. Kesmani berilgan nisbatda bo`lish. Skalyar va vektorlar. Vektorlar ustida chiziqli amallar. Tekislikda va fazoda Dekart koordinatalar sistemasi. Ikki nuqta orasidagi masofa. Kesmani berilgan nisbatda bo`lish. Skalyar va vektorlar. Vektorlar ustida chiziqli amallar. Kollinear va komplanar vektorlar. Bazis vektorlar. Vektorni komponentlari bo’yicha yoyish. Vektorni o’qdagi proyeksiyasi va yo’naltiruvchi kosinuslari

Reja

1. Tekislikda va fazoda Dekart koordinatalar sistemasi.
2. Ikki nuqta orasidagi masofa.
3. Kesmani berilgan nisbatta bo`lish.
4. Skalyar va vektorlar. Vektorlar ustida chiziqli amallar.
5. Kollinear va komplanar vektorlar.
6. Bazis vektorlar. Vektorni komponentlari boʻyicha yoyish.
7. Vektorni oʻqdagi proeksiyasi va yoʻnaltiruvchi kosinuslari.

 Dekart koordinatalar sistemasi ikkita oʻqdan: biri gorizontal oʻq – abssissa oʻqi, ikkinchisi vertikal oʻq – ordinata oʻqidan iborat bolib, ularning kesishgan nuqtasi koordinatalar boshi deyiladi hamda *xOy* kabi belgilanadi [1].

 Bu sistema orqali tekislikdagi nuqta bilan bir juft haqiqiy son oʻrtasida bir qiymatli moslik oʻrnatiladi. Tekislikda nuqta  bilan belgilanadi

(1-chizma). oʻqlarga uning *koordinatalari* deyiladi. ,,Nuqta berilgan” degan ibora uning koordinatlarining berilganligini, ,,Nuqtani toping” degan ibora esa, shu koordinatlarni topishni tushuniladi. Koordinatlar sistemasi orqali oʻrnatilgan bunday moslikka koordinatlar usuli deyiladi( 1-chizma).



1-chizma

**Ikki nuqta orasidagi masofa. Kesmani berilgan nisbatda boʻlish**

 Tekislikda berilgan  va  nuqtalar orasidagi masofani topish talab etilsin.

 Ma’lumki, , . Toʻg‘ri burchakli uchburchakdan, , shunday qilib,

 (1)

boʻlsin.  kesmani  nisbatda boʻluvchi  nuqtani topish masalasi qoʻyilgan boʻlsin. Oʻrta maktab geometriyasidan ma’lumki,

,

yoki



boʻlib,

,

boʻlganligi uchun,

, ;  

boʻladi. Xuddi shunday ,.

Demak, nuqtaning koordinatalari uchun

 ,  (2)

formulani hosil qildik. (2) formulaga  kesmani  nisbatda boʻluvchi  nuqtani topish formulasi deyiladi. Xususiy holda  nuqta  kesmani teng ikkiga boʻlsa, u holda

 boʻlib, , 

 kesmani teng ikkiga boʻlish formulasi kelib chiqadi.[[1]](#footnote-1)

Toʻg‘ri burchakli koordinatlar sistemasida uchlari  nuqtalarda boʻlgan uchburchak yuzi quyidagi formula orqali topiladi:

 (3)

**Misol.**  va  nuqtalar orasidagi masofani toping.

 *Yechish*. Shartga koʻra: . Bularni (1) formulaga qoʻysak:



boʻladi.

**Misol*.*** Tekislikda ,  nuqtalar berilgan.  kesmani  nisbatda boʻluvchi  nuqtaning koordi-natlarini toping.

Yechish. Shartga koʻra .

(2) formulaga asosan:

;

.

Shunday qilib,  boʻladi.

**Misol*.***Uchlari  va  nuqtalarda boʻlgan uchburchakning yuzini toping.

 *Yechish*. (3) formulaga koʻra  boʻlganligi uchun,



boʻladi.

**Misol.**  va  nuqtalar berilgan.  kesma  nuqtalar orqali 4 ta teng qismlarga ajratilgan.  boʻlinish nuqtalarini toping.

Yechish: Ma’lumki , , .

 nuqtaning koordinatlarini (2) formuladan foydalanib topamiz:

 , 

Demak, . ( va  nuqtalarni topish oʻquvchiga havola etiladi).

**Skalyar va vektorlar**

 *Vektor* – geometriyaning asosiy tushunchalaridan biri. Vektor ham son (uzunlik), ham yoʻnalish bilan xarakterlanadi.

Vektor tushunchasi *XIX* asr nemis matematigi G. Grassman va irland matematigi U. Xamilton asarlarida kiritilgan. Xozirgi zamon matematikasi va uning tadbiqlarida bu tushuncha muxim rol oʻynab, mexanika, nisbiylik nazariyasi, kvant fizika, matematik iqtisod va tabiatshunoslikning boshqa koʻp boʻlimlarida qoʻllanadi.

Skalyar miqdor deb faqat son qiymati bilan aniqlanadigan kattaliklarga aytiladi. Masalan: uzunlik, vaqt, hajm, yuza va boshqalar. Shunday miqdorlar ham borki, ular oʻzlarining son qiymatlari bilan toʻla aniqlanmaydi; ularni toʻliq aniqlash uchun son qiymatlari bilan bir qatorda yoʻnalishlari ham berilgan boʻlishi kerak. Masalan, harakat, kuch, tezlik, tezlanish kabi miqdorlar. Toʻg‘ri chiziqda oddiy kesma bilan bir qatorda yoʻnalgan kesma, ya’ni bir uchi uning boshi, ikkinchi uchi uning oxiri hisoblangan kesmaga qaraladi. Bunday kesma vektor deyiladi. Oddiy kesmada esa aniqlovchi nuqtalar teng huquqli boʻlib tartibining ahamiyati yoʻq [10].

Boshlang‘ich nuqtasi *A* va oxirgi nuqtasi *B* boʻlgan vektor  yoki qisqacha  shaklida belgilanadi. Shunday qilib, vektor miqdor geometrik usulda ma’lum uzunlikdagi va aniq yoʻnalishdagi kesma yordamida tasvirlanadi:



A B

**Nol vektor.**

 Vektorning *uzunligiuning moduli* deb ataladi va koʻrinishida belgilanadi. Moduli nolga teng vektor *nol vektor*, moduli birga teng boʻlgan vektor *birlik vektor* deyiladi. Nol vektorining yoʻnalishi aniqlanmagan boʻladi.

**Kollinear vektorlar.**

 Ta’rif. Noldan farqli vektorlar bir toʻg‘ri chiziqda yoki parallel toʻg‘ri chiziqlarda yotsa, bunday vektorlarga *kollinear vektorlar* deyiladi.

 Agar  va vektorlar kollinear boʻlsa koʻrinishda belgilanadi

   *i1*

  *i2*

1-chizma

**Teng vektorlar.**

 Uzunliklari teng, kollinear va bir xil yoʻnalishli ikkita va vektorlar *teng vektorlar* deyiladi va = kabi belgilanadi.

**Ta’rif.** Bir tekislikda yoki parallel tekisliklarda yotgan vektorlarga komplanar vektorlar deb ataladi.

**Vektorlarni qoʻshish.**

 **Ta’rif.** Ikkita  va  vektorning yig‘indisi deb istalgan *A* nuqtadan  vektorni qoʻyib, uning oxirida *B* ga  vektorni qoʻyganda boshi  vektorning boshi *A* da, oxiri  vektorning oxiri

*C* nuqtada boʻlgan  vektorga aytiladi va  bilan belgilanadi (2-chizma).

Vektorlarni qoʻshish ta‘rifidan istalgan *A, B, C* nuqtalar uchun

2-chizma

 (1) tenglik oʻrinli boʻlishi kelib chiqadi. Bu vektorlarni qoʻshishning uchburchak qoidasi deyiladi.

Undan tashqari vektorlarni parallelogramm qoidasiga asosan ham qoʻshish mumkin. Buning uchun  va  vektorlar oʻz-oʻziga parallel ravishda bitta boshga koʻchiriladi va ularga parallelogramm yasaladi. Parallelogrammning katta diagonali shu ikki vektorning yig‘indisidan, kichik diagonali esa ularning

ayirmasidan iborat (3-rasm)[3].









А

С

В

О







3-chizma

**Vektorlarni qoʻshishning xossalari.**

 a) Qoʻshishning gruppalash (assosiativlik) xossasi.



 b) Qoʻshishning oʻrin almashtirish (kommutativlik) xossasi.



 Agar  boʻlsa,  va  vektorlarga oʻzaro qarama-qarshi vektorlar deyiladi. Qarama-qarshi vektorlar modul jihatidan teng, yoʻnalish jihatidan esa qarama-qarshi boʻladi.

    vektorga qarama-qarshi

vektorni  bilan belgilaymiz.



4-chizma

 **5-chizma**

Misol uchun 5- chizmadan [2] quyidagi ba’zi bir xulosalar xosil qilamiz:



Vektorni songa koʻpaytirish.

  vektor va λ son berilgan boʻlsin, bu yerda λ∈ N.

 **Ta’rif.** vektorning λ soniga koʻpaytmasi deb shunday  vektoriga aytiladiki, λ>0 boʻlganda  ning yoʻnalishi  ning yoʻnalishi bilan bir xil, λ<0 boʻlsa,  ning yoʻnalishi teskari boʻlib,  vektorning uzunligi esa  vektorning uzunligi bilan λ son moduli koʻpaytmasiga teng va  shaklida belgilanadi.

 Ta’rifdan ushbu xulosalar kelib chiqadi:

a) Ixtiyoriy  vektor uchun 

 b) Ixtiyoriy λ∈ R son uchun 

 v) Ixtiyoriy  vektor uchun 

 g)  va  vektorlar oʻzaro kollineardir.

**Vektorni songa koʻpaytirish quyidagi xossalarga ega:**

 a)  (gruppalash qonuni);

 b)  (vektorlarni qoʻshishga nisbatan taqsimot qonuni)

v)  (skalyarni qoʻshishga nisbatan taqsimot qonuni). [1]

**Misol.** *ABS* uchburchak berilgan. O nuqta uchburchakning og‘irlik markazi

(ya’ni uchburchak mеdianalarining kesishish nuqtasi) boʻlsa,  ekanini isbotlang.[[2]](#footnote-2)

**Isbot.** Tomonlari  va  vektorlardan iborat *AOBE* parallelogramm yasaymiz. Bu parallelogrammdan .

0 nuqta uchburchakning og‘irlik markazi boʻlgani uchun , chizmadan: 

**Ba’zis vektorlar.**

 Bizga vektorlar  haqiqiy sonlar berilgan boʻlsin.

 ***Ta’rif.***ifodavektorlarning chiziqli kombinatsiyasi deyiladi.

 Agar vektorkoeffisiyenti chiziqli kombinatsiyasi shaklida ifodalangan boʻlsa, vektor shu vektorlar boʻyicha yoyilgan deyiladi, ya’ni quyidagi tenglik oʻrinli boʻladi:

 (5)

 Agar kamida bittasi noldan farqli  sonlar ma’lum tartibda tanlab olinganda

 6)

tenglik bajarilsa,  vektorlar chiziqli bog‘liq deyiladi. Agar (6) munosabat faqat da oʻrinli boʻlsa,  vektorlar chiziqli bog‘lanmagan deyiladi yoki chiziqli erkli deyiladi. Ikki  va  vektorlar kollinear boʻlsa ular chiziqli bog‘liq boʻladi. Uchta vektor chiziqli bog‘liq boʻlishi uchun ularning komplanar boʻlishi zarur va yetarlidir.

 Ma’lum tartibda olingan  vektorlar sistemasi chiziqli erkli boʻlib, boshqa har qanday vektorni  lar orqali chiziqli ifodalansa bu vektorlar sistemasi bazis deyiladi va  koʻrinishda belgilanadi. Agar bazisning har bir vektori birlik vektor boʻlib, ularning har ikkitasi oʻzaro perpendikulyar boʻlsa, bunday bazis ortonormallangan bazis deyiladi. Bazis tashkil etuvchi vektorlar soni qaralayotgan fazoning oʻlchovi deyiladi. Istalgan  vektorni berilgan  bazis vektorlar boʻyicha yoyish mumkin:

(7)

(7) yoyilmadagi  sonlar  vektorning  ortonormal bazisiga nisbatan koordinatalari deyiladi. Bu qisqacha  koʻrinishida belgilanadi.

**Vektorlarning oʻqdagi proyeksiyasi.**

***Ta’rif.*** Vektorlarning oʻqdagi ortogonal proyeksiyasi deb vektor uzunligini shu vektor  bilan oʻq orasidagi burchak kosinusiga koʻpaytmasiga teng songa aytiladi.

 vektorning *l* oʻqdagi proyeksiyasi  koʻrinishda belgilanadi.

Ta’rifdan:



 vektorni bu oʻqdagi ortogonal proyeksiyasi quyidagicha aniqlanadi:



Bu yerda  nuqta *A* nuqtaning 1 toʻg‘ri chiziqdagi proyeksiyasi.

Agar  va  vektorlar orasidagi burchak oʻtmas boʻlsa











А

В

О

*l*

А1

6-rasm

Agar  boʻlsa  Ixtiyoriy  va  vektorlar uchun

 

oʻrinli.

 **Koordinatalari bilan berilgan vektorlar ustida amallar.**

  va  vektorlar  bazisga nisbatan quyidagi koordinatalarga ega boʻlsin:





 1)  vavektorlarni qoʻshishda (ayirishda) ularning mos koordinatalari qoʻshiladi (ayriladi):



 2) Vektorni songa koʻpaytirishda uning barcha koordinatalari shu songa koʻpaytiriladi. boʻlsin. U holda  ga ega boʻlamiz.

 **2-misol.** boʻlsa a)  b)  s) vektorlarning koordinatalarini aniqlanadi.

a) 

b) 

s) 

Oxiri boshi bilan ustma-ust tushadigan vektor nol-vektor deyiladi va  teng.

Uzunli birga teng vektor *birlik vektor* deyiladi.  vektorning birlik vektori  kabi belgilaniladi



Misol. berilgan boʻlsa,  vektor



 ga teng.

 vektorning yoʻnaltiruvchi kosinuslari

,

Formula bilan aniqlanadi va ular



munosabat bilan bog`langan.

Masalan. yoʻnaltiruvchi cosinuslari



,

 ga koʻra

.

 va  vektorlar berilgan boʻlsin. U holda

 

 Agar vektorniong bosh va oxirgi nuqtalarining koordinatalari  va  be rilgan boʻlsa, u holda  vektorning ortlari boʻyicha yoyilmasi



koʻrinishda boʻladi.

**Misol.** va  nuqtalar berilgan.  bektor uning koordinatalari aniqlansin.

Yechish:

 J: 

*A* va *B* nuqtalar orasidagi masofa yoki  vektorning uzunligi



formula bilan hisoblaniladi.

Masalan:  vektorning uzunligi topilsin.

Yechish: 

**Vektorlar ustida ko’paytirish amali. Ikki vektorning skalyar ko’paytmasi va uning xossalari. Ikki vektor orasidagi burchak. Ikki vektorning vektor ko’paytmasi va uning xossalari. Uchta vektorning aralash ko’paytmasi va uning geometrik ma’nosi**

**Reja.**

1. Ikki vektorning skalyar koʻpaytmasi va uning xossalari.
2. Ikki vektor orasidagi burchak.
3. Ikki vektorning vektor koʻpaytmasi va uning xossalari.
4. Uchta vektorning aralash koʻpaytmasi va uning geometrik ma’nosi.

Ikki vektorning skalyar koʻpaytmasi.

 *Ta’rif:* Ikkita  va  vektorlar uzunliklari bilan ular orasidagi burchak kosinusining koʻpaytmasidan hosil boʻlgan son shu vektorlarning skalyar koʻpaytmasi deyiladi.

Skalyar koʻpaytma \* koʻrinishda belgilanadi:

Demak, 

(8) formula fizikada oʻzgarmas kuchning boshlang‘ich B nuqtadan C nuqtagacha toʻg‘ri chiziqli harakati davomida bajargan ishi  ni ifodalaydi [2].

 Misol.  hamda  va  vektorlar orasidagi burchak  ga teng boʻlsa, \* skalyar koʻpaytma topilsin.

Yechish. 

**Xossalari**

 1. 

 2. 

 3. 

 4. 

Ortonormallangan  bazis uchun



 Teorema. Nol boʻlmagan ikkita vektorning skalyar koʻpaytmasi nolga teng boʻlsa, bu vektorlar oʻzaro perpendikulyar boʻladi va aksincha.

 Agar  va  vektorlar ortonormallangan  bazisda  va  vektorlar koordinatalari bilan berilgan boʻlsin.

 U holda  va  vektorlar   yoyilmalarga ega boʻladi.

 Koordinatalari bilan berilgan ikki vektorning skalyar koʻpaytmasi bu vektorlar mos koordinatalarri koʻpaytmalarining yig‘indisiga teng, ya’ni



 Ma’lumki,

(13)

 Demak, koordinatalari bilan berilgan *a* vektorning uzunligi uning koordinatalari kvadratlarining yig‘indisidan olingan arifmetik kvadrat ildizga teng.

 Misol. Koordinatalari bilan berilgan   vektorlarning skalyar koʻpaytmasi hamda uzunliklari topilsin.



 Agar vektorlar koordinatalari bilan berilgan boʻlsa, skalyar koʻpaytmadan foydalanib, vektorlar orasidagi burchakni, vektorlarning oʻqidagi proyeksiyalarni hisoblash mumkin.

 Misol. Berilgan  va  vektorlar orasidagi burchakni toping.

 Yechish. 

**Vektorlar orasidagi burchak.**

 Ikki vektor hamda vektor va oʻq orasidagi burchak tushunchalarini kiritamiz. Aytaylik  va  vektorlar berilgan boʻlsin. Bu vektorlar boshini biror 0 nuqtaga joylashtiramiz, boshqacha aytganda  va  vektorlarni yasaymiz.













*а*

А

В

О

7-chizma

 U holda  ning ichki  burchagi  va  vektorlar orasidagi burchak deyiladi hamda  koʻrinishda yoki  harflar bilan belgilanadi.  va  vektorlar orasidagi burchak deb, vektorlardan birini soat strelkasiga teskari yoʻnalishda ikkinchi vektor bilan ustma-ust tushguncha aylantirishdan hosil boʻlgan burchaklarning kichigiga aytiladi. Vektorlar orasidagi burchak, 00 dan 1800 gacha oraliqda boʻladi. Bundan koʻrinadiki bir xil yoʻnalishdagi kollinear vektorlar orasidagi burchak 00 ga, qarama-qarshi yoʻnalishdagi kollinear vektorlar orasidagi burchak esa 1800 ga teng boʻladi. Agar vektorlar orasidagi burchak 900 ga teng boʻlsa, ular perpendikulyar yoki ortogonal vektorlar deyiladi va  kabi belgilanadi.[[3]](#footnote-3)

 **Ikki vektorning vektor koʻpaytmasi va uning xossalari.**

**Uchburchakning yuzi**

 **Ta’rif.** Agar uchta nokomplanlar  va  vektorni umumiy boshlang‘ich nuqtaga keltirgandan soʻng  vektorlarning oxiridan (uchidan) qaraganda  vektordan  vektorga qarab π dan kichik burchakka burish soat miliga qarshi yoʻnalishda koʻrinsa  vektorlar (oʻng uchlik) oʻng bog‘lam tashkil etadi deyiladi. Aks holda chap uchlik deyiladi. Chap yoki oʻng uchlikni tashkil etadigan uchlik tartiblangan uchlik deb yuritiladi.

 **Ta’rif**.  va  vektorlarning vektor koʻpaytmasi deb quyidagi shartlarni qanoatlantiradigan  vektorga aytiladi.

 1)  vektor  va  vektorlarga perpendikulyar (ortogonal);

 2) ;

 3) , ,  vektorlarning tartiblangan uchligi oʻng uchlikni tashkil etadi.  va  vektorlarning vektor koʻpaytmasi  yoki  koʻrinishda yoziladi.

 



ϕ





ϕ







**O’ng uchlik**

**Chap uchlik**

ϕ





S

 

8-chizma (Oʻng uchliklar)

 Agar  va  vektorlar kollinear boʻlmasa, u holda  son  va  vektorlarga yasalgan parallelogrammning yuziga teng boʻladi.

Vektor koʻpaytmaning asosiy xossalari.

 1. 

 2. 

 3. 

 4. Agar  va  vektorlar kollinear boʻlsa,  xususiy holda  boʻladi. Ortlarning vektor koʻpaytmalari:



 Agar  boʻlsa ularning vektor koʻpaytmasi:



 Masala.  kuchning  nuqtadan toʻg‘ri chiziq boʻylab  nuqtaga siljishdagi bajargan ishini hisoblang.

 Yechish.  vektorning koordinatlarini aniqlaymiz.  formulalarga *A* va *B* nuqtalarning koordinatalarini qoʻysak:



 Demak,   kuch ta’siri ostida bajarilgan ish oʻtilgan yoʻl bilan  kuchning skalyar koʻpaytmasiga teng boʻladi, ya’ni 



Uchburchak yuzi formulasi

 Uchlari  nuqtalarda boʻlgan uchburchak berilgan boʻlsin.  va  vektorlarga ABC uchburchak yasalgan boʻlsin, u holda bu uchburchakning yuzi:

 formuladan topiladi.

Vektor koʻpaytmani mexanikaga tadbiqini quyidagi misolda koʻrish mumkin.

 Kuch momenti. *Q* qattiq jism berilgan boʻlsin va bu jismning bitta, masalan, 0 nuqtasi harakatlanmaydigan qilib mahkamlangan boʻlsin. Agar *Q* jismning boshqa *R* nuqtasiga  kuch qoʻyilsa, u holda aylantiruvchii moment yoki kuch momenti hosil boʻladi.

 Kuch momenti , bunda 

Aralash kopaytma va uning xossalari.

 Ixtiyoriy  va  vektorlarni olamiz.

 **Ta’rif***:* Berilgan  vektor bilan  vektorning vektor koʻpaytmasidan hosil boʻlgan  vektor hamda  vektorlarining skalyar koʻpaytmasini shu uchta vektorlarning aralash koʻpaytmasi deyiladi. Aralash koʻpaytma  koʻrinishda yoziladi.

 Aralash koʻpaytma oddiy geometrik ma’noga ega boʻlib, uning musbat ishora bilan olingan qiymati  va  vektorlardan yasalgan parallelopiped hajmidan iboratdir. Buning toʻg‘riligini koʻrsatish uchun  va  vektorlarni oʻzaro komplanar boʻlmagan vektorlar deb faraz qilib ular orqali parallelopiped yasaymiz.

 Hosil boʻlgan parallelopiped balandligini h, asosining yuzini S va hajmini V deb belgilasak, *V=Sh* ekanligi ma’lum.  va  vektorlarning vektor koʻpaytmasi xossasiga koʻra  vektor bilan  vektorning skalyar koʻpaytmasi ta’rifiga koʻra  bunda α-burchak  va  vektorlar orasidagi burchak (9-chizma) [1].



9-chizma

 Demak, .

 1-chizmadan koʻrinadiki, parallelopipedning *h* balandligi  vektorning  vektordagi proyeksiyasidan iborat, ya’ni . U holda 

1. Shaklda  va  vektorlar oʻng uchlik hosil qilingan hol berilgan boʻlib, bunda  boʻladi, agar bu vektorlar chap uchlikni tashkil etsa, u holda  boʻladi, demak umuman  boʻlar ekan.

**Uchta vektorning aralash koʻpaytmasi va uning geometrik ma’nosi.**

**Aralash koʻpaytmaning xossalari.**

**1.** 

 Haqiqatan,  ekanligi skalyar koʻpaytma xossasiga koʻra ma’lum, shu bilan birga  va . Bunda  vektorlar qanday uchlikni tashkil etsa  vektorlar ham shunday uchlikni tashkil etadi, demak,  yoki  ekanligi kelib chiqadi. Bu xossaga koʻra aralash koʻpaytmadagi «•» va «x» belgilarining oʻrinlarini almashtirish mumkinligi, ya’ni ularni qanday tartibda qoʻshilishining ahamiyati yoʻqligi kelib chiqadi. Shuning uchun, odatda  aralash koʻpaytma  koʻrinishda yoziladi.

**2.**  koʻpaytmada ikkita qoʻshni koʻpaytuvchilarning oʻrnini almashtirish uning ishorasini almashtirishga olib keladi:



 Bu tenglikning toʻg‘riligi  xossadan bevosita kelib chiqadi.

Aralash koʻpaytmani hisoblash

Agar



boʻlsa, u holda

 

ekanligini koʻrsatish mumkin.

Haqiqatan,



 Skalyar koʻpaytma xossasiga koʻra



 Shunday qilib,  vektorlarga yasalgan parallelopiped hajmi quyidagicha hisoblanar ekan:



 Natija 1. Elementar geometriyadan ma’lumki,  vektorlar orqali yasalgan piramida hajmi parallelopiped hajmining 1/6 qismidan iborat, demak



 Natija 2. Noldan farqli  vektorlarning komplanar boʻlishi uchun ularning aralash koʻpaytmasi nolga teng boʻlishi zarur va yetarlidir.

Haqiqatan,  boʻlsa, ya’ni



 Bundan determinantning kamida ikkita yoʻli oʻzaro proporsional ya’ni vektorlar kolleniar boʻlishi, bundan esa lar komplanar boʻlishi kelib chiqadi.

Aksincha, lar komplanar vektorlar boʻlsa  vektor  vektorga perpendikulyar boʻladi, demak ,skalyar koʻpaytma xossasiga koʻra  boʻladi [6].

Misol. Uchlari *A(-2; 0; 1), B(1; 2; 3), C(2; -1; 4)* va *D(-3; 1; 0)* nuqtalarda boʻlgan piramida hajmini toping.

 Yechish. Piramidani  va  vektorlar orqali yasalgan deb olamiz. U holda



 Ularning aralash koʻpaytmasini topamiz:



 Demak,  kub, birlik.

 Misol. va  vektorlarning komplanar ekanligini koʻrsating.

 Yechish. Aralash koʻpaytmani topamiz:



 vektorlarning aralash koʻpaytmasi nolga tengligidan ularning komplanarligi kelib chiqadi.

**Nazorat uchun savollar**

1. Tekislikda va fazoda dekart va qutb koordinatalar sistemasi tushuntiring.
2. Kesmani berilgan nisbatda boʻlish deganda nima tushuniladi? .
3. Uchburchakning yuzi formulasini yozing.
4. Skalyar va vektor kattaliklar deganda nima tushuniladi?
5. Vektorlarni qoʻshish va songa koʻpaytirish amallar qanday bajariladi?
6. Vektorlarning xossalarini ayting?
7. Ba’zis tushunchasini ayting?
8. Vektorlarning oʻqdagi proyeksiyasi deganda nima tushuniladi?
1. M.Xushvaqtov va boshqalar, “Oliy matematika”, Darslik, “Adabiyot uchqunlari” 2016 y. [↑](#footnote-ref-1)
2. M.Xushvaqtov va boshqalar, “Oliy matematika”, Darslik, “Adabiyot uchqunlari” 2016 y. [↑](#footnote-ref-2)
3. M.Xushvaqtov va boshqalar, “Oliy matematika”, Darslik, “Adabiyot uchqunlari” 2016 y. [↑](#footnote-ref-3)